

Matematica finanziaria: soluzioni della prova scritta del 24 maggio 2006

1. Viene chiesto alla compagnia di assicurazioni *morstuavitamea* un preventivo per una rendita vitalizia di 200€ mensili posticipati. Calcolare il prezzo che *morstuavitamea* deve chiedere, assumendo un tasso di valutazione del 10% annuo e supponendo che la persona da assicurare non morirà mai.

Soluzione. Il prezzo richiesto è il valore attuale al 10% annuo di una rendita perpetua di 200€ mensili. Viene 25081.1. ■

2. Vengono emesse delle obbligazioni dal valore facciale di 2000€ ciascuna, di durata 3 anni e tasso annuale di remunerazione del 7%. Il rimborso è progressivo uniforme sui 3 anni. Calcolare il prezzo medio di tali obbligazioni in maniera che il tasso interno di rendimento sia del 10% annuo.

Soluzione. Il prezzo medio si può calcolare sia come media dei prezzi delle obbligazioni rimborsate al primo, secondo e terzo anno, sia come prezzo dell'obbligazione media (l'obbligazione il cui flusso di cassa è dato dai valori medi). Viene 1897.37. ■

3. Una ditta di software concepisce un nuovo videogioco, la cui produzione costa 8900€. Indagini di mercato stimano che:

- (a) il videogioco resterà in commercio per 3 anni esatti;
- (b) i primi 2 anni si venderanno 100 copie del videogioco, al prezzo di 11€ per unità;
- (c) l'ultimo anno si venderanno 1000 copie del videogioco, al prezzo di 10€ per unità.

Assumendo che sia possibile investire (adesso e nei successivi 3 anni) al tasso del 12%, usare il criterio del TIR per decidere se conviene produrre il videogioco.

Soluzione. Il TIR viene 0.123596, e poiché il tasso di investimento presente sul mercato è (e sarà) inferiore, conviene produrre il videogioco. ■

4. Calcolare (al meglio di due cifre decimali) il TAN e il TAEG di un finanziamento di 3000€ in 3 rate annuali da 1100€, supponendo le spese accessorie pari a 100€ per l'apertura del finanziamento.

Soluzione. Al meglio di due cifre decimali, il TAN viene 0.05 e il TAEG viene 0.07. ■

5. Un capitale di 500€ può essere investito per tre anni nei seguenti modi.

- (a) In regime esponenziale, al tasso annuale di interesse del 4%.
- (b) In regime esponenziale, al tasso nominale annuo del 5% pagabile semestralmente, e reinvestendo le cedole in regime esponenziale al tasso mensile del 2%.

Calcolare il montante dopo tre anni in entrambe le ipotesi di investimento.

Soluzione. Nel caso (a) il montante viene 562.432, nel caso (b) il montante viene 603.031. ■

6. Calcolare la forza di interesse della legge finanziaria $r(x, y) = e^{y^3 - xy}$, e dire se $r(x, y)$ è scindibile.

Soluzione. $\delta(x, y) = 3y^2 - x$, e quindi $r(x, y)$ non è scindibile. ■

7. Nelle ipotesi di una struttura per scadenze data dalla tabella 1, si supponga l'esistenza di un tasso forward $i(2, 4) = 0.06$. Descrivere un arbitraggio (solo CLEA, no CLEAI).

Soluzione. Questo esercizio si svolge come molti altri analoghi dei compiti precedenti. Vedi ad esempio lo svolgimento dell'esercizio 6 dell'esonero del 17 maggio 2006. ■

Tabella 1: Tassi spot rilevati per i prossimi 5 anni.

anno	1	2	3	4	5
tasso spot	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09